

## VII. Математика в геологии

Т.Д. Гутман

### ПРИНЦИП МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ ПРИ АНАЛИЗЕ ГРАФИЧЕСКИХ ДОКУМЕНТОВ

При анализе изображений геологических объектов (карт, сейсмограмм и др.) часто возникают ситуации «неоднозначных прочтений». Один из источников этого явления — нечеткие признаки искомым закономерностей. Для повышения достоверности истолкования нечетких признаков представляется полезным применять наряду с априорными соображениями численную оценку вероятностей случайной реализации признаков в условиях проверяемых гипотез. Выбор наиболее адекватной стохастической модели распределения объектов в однородных средах определяется мощностью множества, способом дискретизации среды и ограничениями на распределение объектов по элементам дискретизации. Так, например, распределение дискретных точечных множеств на области в однородной среде может быть равномерным, может подчиняться модели Бозе — Эйнштейна на какой-либо равномерной сети, наброшенной на эту область; распределение континуальных точечных множеств на этой области может соответствовать модели Больцано — Коши [Ширяев, 1989]. Если область вмещает однородную «в целом» среду, то ее подобласти, в которых однородность нарушается, характеризуются «неслучайно высокими» отклонением средней концентрации на них объектов какого-либо типа от средней концентрации последних на всей области. С помощью оценок максимального правдоподобия [Лбов, Старцева, 1999] определим численный критерий неслучайности (ЧКН) для неоднородности, выделяемой по объектам какого-либо заданного типа  $J$  (то есть по  $J$ -объектам) на подобласти  $K$  области  $P$ .

Предположим, что множество всех  $J$ -объектов распределено на  $P$  случайным образом по принятой модели однородности среды. Тогда искомым ЧКН — вероятность, что на  $P$  есть подобласть, равная  $K$  и содержащая не меньше, чем  $K$ ,  $J$ -объектов. Эта вероятность равна  $a1/a$ , где  $a$  — мера множества всех возможных распределений  $J$ -объектов на  $P$ ,  $a1$  — мера множества таких распределений  $J$ -объектов на  $P$ , при которых найдется область, равная  $K$  и содержащая не меньше  $J$ -объектов, чем область  $K$ . Величины  $a$  и  $a1$  принято находить путем интегрирования в параметрическом пространстве, точки которого определяют каким-либо способом всевозможные распределения  $J$ -объектов на  $P$ . Но интегрирование — времяемкая, как правило, операция. Поэтому используем конечные вероятностные пространства, построенные как полные группы

несовместных событий в исходных параметрических пространствах (то есть путем разбиения исходного параметрического пространства на конечное число множеств) [Ширяев, 1989]. Этим методом получены робастные оценки сверху для ЧКН при наиболее типичных для геологических сред моделях однородности. Исследована их асимптотика для неограниченного измельчения шага дискретизации среды. На основе полученных оценок разработаны алгоритмы выделения неоднородностей и структур на множествах неоднородностей [Гутман, 1998, 1999, 2000, 2002а, 2002б]. Разработаны конечные алгоритмы точного вычисления этих ЧКН [Гутман, 2002а], а также их обобщение — алгоритм точного вычисления вероятности случайной реализации заданного числа отклонений, превышающих «пороговое» значение, для одномерной линейной модели однородной среды [Гутман, 2002б]. Разработаны методы использования оценок максимального правдоподобия при установлении взаимосвязей между марками объектов в плоских маркированных процессах, их геометрической формой, ориентацией и взаимным расположением в пространстве, использующие найденные оценочные алгоритмы и формулы [Гутман, 2002а, 2002б]. Они основаны на сравнительном анализе: а) колебаний плотностей распределений объектов с наборами различных характеристик на расчетной области; б) относительных долей пар элементов различных типов, удовлетворяющих наборам каких-либо условий и/или находящихся в каких-либо отношениях. Проведен статистический анализ схематической карты структурной зональности юго-западной части Магнитогорского мегасинклиория: типизация элементов карты и установление взаимосвязей между свойствами элементов различных типов. Результаты, полученные при анализе наборов статистически независимых характеристик объектов ( $a$  именно — статистик, определяющих их геометрическую форму, размеры, ориентацию в пространстве и взаимное расположение) с высокой достоверностью согласуются между собой.

Разработаны алгоритмы сегментации по «комплексным» ЧКН с механизмами учета «постепенных сгущений» и частичной (полной) упорядоченности наборов элементов среды. Они модифицированы для выделения особенностей в виде линейных полос и применялись к анализу сейсмопрофилей «время — плотность», для которых вы-

полняется гипотеза о линейной вытянутости зон тектонической активности (ЗТА). Их анализ, выполненный как методом выделения разрывов, так и на основе изучения колебаний плотности распределения признаков ЗТА, подтвердил адекватность обеих методик и согласуется с выводами геологов.

Методика применялась при анализе конкретных контурных карт и схем. Но она представляется полезной для анализа произвольных графических документов при выявлении «неслучайных» локальных нарушений однородности совместных распределений маркированных объектов; при кластеризации изображений и выявлении взаимосвязей между отдельными кластерами (например, построение графа близости; выявление причинно-следственных цепочек на множестве выделенных кластеров); для выявления особенностей взаимосвязей между объектами различных типов и численной оценки «тесноты» этих связей.

#### *Литература:*

**Гутман Т.Д.** Несколько стохастических алгоритмов структурного анализа в векторных про-

странствах. Кибернетические оценки точности / Ин-т матем. с ВЦ УНЦ РАН. Уфа, 1998. 50 с. Деп. в ВИНТИ 14.04.98, № 1100–В98.

**Гутман Т.Д.** Несколько алгоритмов численного анализа плоских рисунков / ИМ с ВЦ, УНЦ РАН. Уфа, 1999. 49 с. Деп. в ВИНТИ № 3361–В99.

**Гутман Т.Д.** Комплекс алгоритмов численного анализа структурных контурных карт и аэрофотоснимков / ИМ с ВЦ, УНЦ РАН. Уфа, 2000. 50 с. Деп. в ВИНТИ. № 3103–В00.

**Гутман Т.Д.** Сегментация сейсмограмм «время – плотность» по критерию правдоподобия / ИМ с ВЦ УНЦ РАН. Уфа, 2002а. 50 с. Деп. в ВИНТИ № 392–И2002.

**Гутман Т.Д.** Некоторые приемы статистического анализа корреляций между марками, формой и взаимным расположением кривых и областей на  $R^2$  / Институт математики с ВЦ УНЦ РАН. Уфа, 2002б. 36 с. Деп. в ВИНТИ. № 1415–В2002

**Лбов Г.С., Старцева Н.Г.** Логические решающие функции и вопросы устойчивости решений / Ин-т математики. Новосибирск. 1999. 212 с.

**Ширяев А.Н.** Вероятность. М.: Наука. 1989. 638 с.